

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: Diploma ☐ Laurea ☐

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

Trovare una soluzione ottima del problema con l'algoritmo del simplesso o dimostrare che il problema è illimitato inferiormente

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 - x_2 + x_3 - 7x_4 + 4x_5 + 8x_6 + x_7 \\ \begin{cases} & x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_6 - x_7 = 12 \\ & 2x_1 - x_2 - 3x_3 + x_5 + x_7 = 6 \\ & x \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima (se esiste) con il metodo grafico.

$$\begin{aligned} \min \quad & x_2 \\ \begin{cases} & 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ & x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ & -x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 10 \end{cases} \end{aligned}$$

Esercizio 3

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima (se esiste) con il metodo di Fourier - Motzkin.

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 - x_2 + x_3 \\ \begin{cases} & x_1 \geq x_2 - x_3 \\ & x_1 \geq 2x_2 + x_3 - x_4 \\ & x_2 + x_3 = 6 \\ & x_2 \leq 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Esercizio 4

Facendo uso del metodo delle variabili artificiali (fase 1 del metodo del simplesso) determinare se il seguente insieme di disequazioni ammette o no soluzioni ammissibili (e, in questo caso, fornirne una).

$$\begin{aligned} \begin{cases} & 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 6 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ & -2x_2 - 10x_3 + 2x_4 = 5 \\ & x \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Esercizio 5

È dato il problema di PL in figura. Esiste una soluzione ottima del problema tale che $x_1 = 1$?

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ \begin{cases} & 5x_1 + x_2 \geq 4 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ & x_1 + x_3 \geq 2 \\ & x \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Esercizio 6

Risolvere all'ottimo il problema di knapsack in figura.

$$\begin{aligned} \min \quad & -6x_1 - 3x_2 - x_3 - 6x_4 - 10x_5 - 8x_6 \\ \begin{cases} & 7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 6x_5 + 7x_6 \leq 11 \\ & x_i \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, 6 \end{cases} \end{aligned}$$

Domanda 7

Si discuta la teoria della dualità nella PL, le sue possibili applicazioni e interpretazioni in chiave economica. Si dimostri inoltre che una coppia primale/duale di problemi di PL gode della relazione di dualità forte.