SOLUZIONI compito A

Esercizio 1

$$\min \quad 3x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 + 2x_7$$
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_4 + x_5 - 2x_6 = 8 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 \le 10 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

La soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ 10 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Esercizio 2

$$\min \quad 2x_1 + x_2$$
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 \ge 8 \\ 3x_1 + x_2 \le 6 \\ 2x_1 - 4x_2 \le 10 \\ x_2 \ge -6 \end{cases}$$

La soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} -16 \\ -6 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3

$$\min \quad 3x_1 + |\, x_2 + 2x_3 \,|$$
$$\begin{cases} x_1 \ge -3x_2 + x_3 \\ 2x_1 \ge -x_2 - x_3 \\ x_1 - 2x_2 = 4 \\ x_1 \le 2 \end{cases}$$

La soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Esercizio 4

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 3 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

Una soluzione ammissibile è $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Esercizio 5

$$\min \quad 4x_1 - 3x_2 - x_4$$
$$\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 + x_4 \ge 7 \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 \le 12 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ x_1 \ge 0, \quad x_3 \ge 0 \\ x_2,\, x_4 \quad \textit{libere} \end{cases}$$

La soluzione fornita è ottima. La corrispondente soluzione ottima del duale è $u^* = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \\ -5/3 \end{pmatrix}$.

Esercizio 6

$$\min \quad -9x_1 - 13x_2 - 11x_3 - 12x_4 - 16x_5 - 10x_6$$
$$\begin{cases} 7x_1 + 14x_2 + 9x_3 + 13x_4 + 10x_5 + 8x_6 \le 22 \\ x_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,\dots,6 \end{cases}$$

Una soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

SOLUZIONI compito B

Esercizio 1

$$\min \quad x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 - x_6 + 2x_7$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_6 + x_8 = 10 \\ x_2 - x_3 + x_5 + x_6 + 2x_7 + 4x_8 = 6 \\ 2x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 + x_8 = 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Soluzioni ottime: $x^* = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ oppure $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 6 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Esercizio 2

$$\min \quad 2x_1 + x_2$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 5 \\ 2x_1 + x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_2 \geq -2 \end{cases}$$

Il sistema non ammette soluzioni ammissibili.

Esercizio 3

$$\min \quad 3x_1 + | x_1 + 2x_3 |$$
$$\begin{cases} x_1 \geq -3x_2 + x_3 \\ 2x_1 \geq -3x_2 + x_3 \\ x_1 - 2x_2 = x_3 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

La soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Esercizio 4

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 = 6 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 - x_2 + 4x_3 = 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Una soluzione ammissibile è $x^* = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Esercizio 5

$$\min \quad 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 4x_4$$
$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + x_4 \leq 10 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 \geq 12 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_2 \geq 0, \quad x_4 \geq 0 \\ x_1, x_3 \quad \textit{libere} \end{cases}$$

La soluzione fornita non è ottima.

Esercizio 6

$$\min \quad -10x_1 - 12x_2 - 11x_3 - 13x_4 - 15x_5 - 9x_6$$
$$\begin{cases} 7x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 11x_4 + 11x_5 + 9x_6 \leq 21 \\ x_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,\dots,6 \end{cases}$$

Una soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

SOLUZIONI compito C

Esercizio 1

$$\min \quad x_1 + 2x_3 + 4x_4 - x_5 + 13x_6 - 2x_7$$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_3 - 2x_4 + x_5 + 4x_6 + x_8 = 11 \\ 6x_1 + 2x_4 + x_5 - 4x_6 + x_7 + 2x_8 = 6 \\ x_1 + x_2 - 2x_4 + x_5 + x_6 + x_8 = 8 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

La soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 7 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Esercizio 2

$$\min \quad 2x_1 - 3x_2$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \ge 8 \\ -3x_1 + 4x_2 \le 12 \\ -x_1 + 2x_2 \le 10 \\ x_2 \ge 2 \end{cases}$$

La soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3

$$\min \quad 3x_2 + | x_1 + 2x_2 |$$

$$\begin{cases} x_1 \ge -3x_2 + x_3 \\ 2x_3 \ge -3x_2 + x_1 \\ x_1 - 2x_3 = x_2 \\ x_3 \ge 0 \end{cases}$$

La soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Esercizio 4

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

Il sistema non ammette soluzioni ammissibili.

Esercizio 5

$$\min \quad -2x_1 + 5x_2 + x_3 - 4x_4$$

$$\begin{cases} 3x_2 - 2x_3 + 7x_4 \le 9 \\ x_1 + 5x_2 + 2x_4 \ge 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_3 \ge 0, \quad x_4 \ge 0 \\ x_1,\ x_2 \quad \textit{libere} \end{cases}$$

La soluzione fornita è ottima. La corrispondente soluzione ottima del duale è $u^* = \begin{pmatrix} -5/7 \\ 6/7 \\ -5/7 \end{pmatrix}$.

Esercizio 6

$$\min \quad -10x_1 - 7x_2 - 14x_3 - 12x_4 - 11x_5 - 5x_6$$

$$\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 8x_4 + 9x_5 + 6x_6 \le 18 \\ x_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,\dots,6 \end{cases}$$

Una soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

SOLUZIONI compito D

Esercizio 1

$$\min \quad 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 4x_7 + 4x_8$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_5 + x_6 - 2x_7 = 9 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 + x_5 + x_7 + x_8 = 11 \\ 2x_1 - 8x_2 + 2x_3 + x_4 + 4x_5 + 2x_7 = 12 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

La soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 14 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Esercizio 2

$$\min \quad 2x_1 + x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ 4x_1 - x_2 \leq 10 \\ x_1 - 3x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq -4 \end{cases}$$

La soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} -4 \\ 4{,}\overline{6} \end{pmatrix}$.

Esercizio 3

$$\min \quad |x_1 + x_2| - x_3$$

$$\begin{cases} x_1 \geq 2x_2 - x_3 \\ x_1 \geq -x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 = 6 \\ x_3 \leq 5 \end{cases}$$

La soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 2{,}\overline{3} \\ 3{,}\overline{6} \\ 5 \end{pmatrix}$.

Esercizio 4

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 6x_4 = 4 \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Il sistema non ammette soluzioni ammissibili.

Esercizio 5

$$\min \quad 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_3 + 5x_4 \leq 10 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \\ x_3,\, x_4 \quad \textit{libere} \end{cases}$$

La soluzione fornita non è ottima.

Esercizio 6

$$\min \quad -5x_1 - 7x_2 - 4x_3 - 12x_4 - 16x_5 - 8x_6$$

$$\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 8x_4 + 15x_5 + 6x_6 \leq 20 \\ x_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,\dots,6 \end{cases}$$

Una soluzione ottima è $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.