

A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – terzo appello
16 settembre 2004

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: **laurea V.O.** ☐ **Laurea N.O.** ☐**Esercizio 1**

Un piccolo investitore desidera acquistare titoli obbligazionari per un totale non superiore a 10.000 euro. Il mercato offre due titoli: A e B. Un'obbligazione A costa 120 euro ed offre un rendimento del 15%, un'obbligazione B costa 200 euro ed offre un rendimento del 16%. Sapendo che l'obbligazione B è leggermente più rischiosa di A, si vuole acquistare un numero di obbligazioni B non superiore ad un terzo del numero complessivo di obbligazioni acquistate.

1. Supponendo di poter acquistare un numero frazionario di obbligazioni, formulare il problema di massimizzare il rendimento (in euro) come problema di programmazione lineare,
2. Trovare la soluzione ottima con il metodo del simplesso (applicando la regola di Bland).
3. Trovare la soluzione ottima con il metodo grafico.
4. La soluzione ottenuta al passo 2 è coerente con quella ottenuta al passo 3?

Esercizio 2

In tabella è riportata la matrice di incidenza nodi/archi di un grafo orientato. Per convenzione +1 indica un arco uscente dal nodo. La prima e l'ultima riga indicano, rispettivamente, i nomi degli archi e i pesi.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>l</i>	<i>m</i>
1	+1	+1	+1	+1	+1	0	0	0	0	0	0
2	-1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0
3	0	-1	0	0	0	-1	+1	-1	0	0	0
4	0	0	-1	0	0	0	-1	0	0	+1	0
5	0	0	0	-1	0	0	0	+1	+1	0	0
6	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1	0	+1
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
Pesi	3	6	10	4	8	1	2	4	3	19	10

- a) Trovare l'albero dei cammini di peso minimo, a partire dal nodo **1**, utilizzando l'algoritmo di Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti archi all'albero (in quale ordine vengono fissati ad 1 i flag dei nodi del grafo).
- b) Supponendo che il peso dell'arco *c* diventi 6 si discuta che cosa cambia nell'albero dei cammini minimi.

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – terzo appello
16 settembre 2004

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: **laurea V.O.** ☐ **Laurea N.O.** ☐

Esercizio 1

Un'azienda di telecomunicazioni deve pianificare la produzione di cavo in fibra ottica prodotto in due impianti (Italiano e Polacco) nel prossimo mese. Gli ordinativi del prossimo mese richiedono la produzione di 1900 km di cavo, 1000 dei quali devono essere consegnati in Italia e 900 in Polonia. Nel magazzino polacco sono presenti 500 km di cavo, 0 in quello italiano. Ciascun impianto è in grado di coprire la produzione con lavoro ordinario e/o straordinario. La capacità produttiva dell'impianto italiano è di 740 km/mese operando con il solo lavoro ordinario, cui si aggiungono fino a 90 ulteriori km da produrre ricorrendo al lavoro straordinario. La capacità produttiva dell'impianto polacco è di 600 km/mese operando con il solo lavoro ordinario, cui si aggiungono fino a 80 ulteriori km da produrre ricorrendo al lavoro straordinario. Produrre un km di cavo con il lavoro ordinario nell'impianto italiano costa 110 euro, nell'impianto polacco costa 90 euro. Produrre un km di cavo con il lavoro straordinario costa il 10% in più che non con il lavoro ordinario.

E' chiaramente possibile produrre cavo in Polonia e consegnarlo in Italia o viceversa, nel qual caso sarà necessario pagare un costo di trasporto pari 8 euro per ogni km di cavo trasportato dall'Italia alla Polonia o viceversa. Alla fine del prossimo mese l'azienda vuole avere i magazzini vuoti.

1. Formulare come problema di PL il problema di pianificare la produzione di cavo nei due impianti a costo totale (produzione + trasporto) minimo.
2. Facendo uso della teoria della dualità, dimostrare (o confutare) che nella soluzione ottima non si fa ricorso a lavoro straordinario nell'impianto italiano e non viene trasportato cavo dall'Italia alla Polonia, mentre 280 km di cavo sono prodotti in Polonia e consegnati in Italia.
3. Un commerciante polacco vende (in Polonia) cavo in fibra ottica. Qual è il costo massimo che risulta conveniente pagare per acquistare un km di cavo invece di produrlo? Motivare la risposta.

Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di un grafo G con 7 nodi, e sono date le capacità di ogni arco.

Archi	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,5)	(3,4)	(3,5)	(4,6)	(5,6)	(6,7)
Capacità	30	50	40	10	60	15	70	15	90

- a) Risolvere il problema del massimo flusso dal nodo 1 al nodo 7 applicando l'algoritmo di Ford e Fulkerson. Mostrate il taglio a capacità minima.
- b) Dire che cosa accade nel caso in cui la capacità dell'arco (3,5) venga ridotta a zero.

C

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – terzo appello
16 settembre 2004

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: **laurea V.O.** ☐ **Laurea N.O.** ☐**Esercizio 1**

Un'azienda manifatturiera deve pianificare la produzione di motori elettrici prodotti in due impianti (Italiano e Tedesco). Gli ordinativi del prossimo mese richiedono la produzione di 1700 motori, 900 dei quali devono essere consegnati in Italia e 800 in Germania. Nel magazzino italiano sono presenti 400 motori, 0 in quello tedesco. Ciascun impianto è in grado di coprire la produzione con lavoro ordinario e/o straordinario. La capacità produttiva dell'impianto italiano è di 750 motori/mese operando con il solo lavoro ordinario, cui si aggiungono fino a 90 ulteriori motori da produrre ricorrendo al lavoro straordinario. La capacità produttiva dell'impianto tedesco è di 800 motori/mese operando con il solo lavoro ordinario, cui si aggiungono fino a 60 ulteriori motori da produrre ricorrendo al lavoro straordinario. Produrre un motore con il lavoro ordinario nell'impianto italiano costa 100 euro, nell'impianto tedesco costa 120 euro. Produrre motori con il lavoro straordinario costa il 15% in più che non con il lavoro ordinario.

E' chiaramente possibile produrre motori in Germania e consegnarli in Italia o viceversa, nel qual caso sarà necessario pagare un costo di trasporto pari 20 euro per ogni motore trasportato dall'Italia alla Germania o viceversa. Alla fine del prossimo mese l'azienda vuole avere 300 motori nel magazzino tedesco e 0 in quello italiano.

1. Formulare come problema di PL il problema di pianificare la produzione di motori nei due impianti a costo totale (produzione + trasporto) minimo.
2. Facendo uso della teoria della dualità, dimostrare (o confutare) che nella soluzione ottima non si fa ricorso a lavoro straordinario nell'impianto italiano e non si trasportano motori dalla Germania all'Italia, mentre 250 motori sono prodotti in Italia e consegnati in Germania.
3. Un commerciante italiano si offre di produrre motori e consegnarli in Italia al costo di 110 euro/motore, oppure di consegnarli in Germania al costo di 140 euro/motore. E' conveniente accettare una delle due proposte? E, se sì, quale? Motivare la risposta.

Esercizio 2

In tabella è riportata la matrice di incidenza nodi/archi di un grafo orientato. Per convenzione +1 indica un arco uscente dal nodo. La prima e l'ultima riga indicano, rispettivamente, i nomi degli archi e i pesi.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>l</i>	<i>m</i>
1	+1	+1	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	0	0	0	+1	0	0	-1	0	0	-1
3	0	-1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0
4	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	+1
5	0	0	0	-1	0	0	+1	+1	+1	0	0
6	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	+1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0
Pesi	10	4	5	7	4	12	1	2	15	2	2

- a) Trovare l'albero dei cammini di peso minimo, a partire dal nodo **1**, utilizzando l'algoritmo di Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti archi all'albero (in quale ordine vengono fissati ad 1 i flag dei nodi del grafo).
- b) Supponendo che il peso dell'arco *a* diventi 6 si discuta che cosa cambia nell'albero dei cammini minimi.

D

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – terzo appello
16 settembre 2004

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: **laurea V.O.** ☐ **Laurea N.O.** ☐

Esercizio 1

Una banca desidera realizzare liquidità vedendo i propri titoli obbligazionari per almeno 20.000 euro. La banca dispone di due titoli: A e B. Un'obbligazione A vale 50 euro ed offre un rendimento dell'8%, un'obbligazione B vale 100 euro ed offre un rendimento del 9%. Sapendo che l'obbligazione B è più rischiosa di A, si vuole vendere un numero di obbligazioni B maggiore o uguale al 20% del numero complessivo di obbligazioni vendute.

1. Supponendo di poter vendere un numero frazionario di obbligazioni, formulare come problema di PL il problema di minimizzare il rendimento (perso) del capitale disinvestito,
2. Formulare il duale del problema formulato al punto 1 e trovare la soluzione ottima del **problema duale** con il metodo del simplesso (applicando la regola di Bland).
3. Trovare la soluzione ottima del problema primale partendo dalla soluzione ottenuta al punto 2.

Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di un grafo G con 7 nodi, e sono date le capacità di ogni arco.

Archi	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,5)	(2,4)	(3,4)	(4,6)	(5,6)	(6,7)
Capacità	10	6	8	12	3	2	3	14	18

- a) Risolvere il problema del massimo flusso dal nodo 1 al nodo 7 applicando l'algoritmo di Ford e Fulkerson. Mostrare il taglio a capacità minima.
- b) Dire che cosa accade nel caso in cui la capacità dell'arco (4,6) divenga 9.