A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno

3 maggio 2000

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: Diploma ○ Laurea ○

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.
Trovare una soluzione ottima del problema con l'algoritmo del simplesso o dimostrare che il problema è illimitato inferiormente. Evidenziare la soluzione di base di partenza e quella finale.

$$\min \quad 3x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 + 2x_7$$
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_4 + x_5 - 2x_6 = 8 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 \le 10 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima (se esiste) con il metodo grafico.

$$\min \quad 2x_1 + x_2$$
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 \ge 8 \\ 3x_1 + x_2 \le 6 \\ 2x_1 - 4x_2 \le 10 \\ x_2 \ge -6 \end{cases}$$

Esercizio 3

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima (se esiste) con il metodo di Fourier - Motzkin.

$$\min \quad 3x_1 + |x_2 + 2x_3|$$
$$\begin{cases} x_1 \ge -3x_2 + x_3 \\ 2x_1 \ge -x_2 - x_3 \\ x_1 - 2x_2 = 4 \\ x_1 \le 2 \end{cases}$$

Esercizio 4

Facendo uso del metodo delle variabili artificiali (fase 1 del metodo del simplesso) determinare se il seguente insieme di disequazioni ammette o no soluzioni ammissibili (e, in questo caso, fornirne una).

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 3 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

Esercizio 5

È dato il problema di PL in figura. Facendo uso delle condizioni di complementarità (o di ortogonalità) dire se la soluzione ammissibile data è ottima o meno.

$$x^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\min \quad 4x_1 - 3x_2 - x_4$$
$$\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 + x_4 \ge 7 \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 \le 12 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ x_1 \ge 0, \quad x_3 \ge 0 \\ x_2, x_4 \quad \textit{libere} \end{cases}$$

Esercizio 6

Risolvere all'ottimo il problema di knapsack in figura.

$$\min \quad -9x_1 - 13x_2 - 11x_3 - 12x_4 - 16x_5 - 10x_6$$
$$\begin{cases} 7x_1 + 14x_2 + 9x_3 + 13x_4 + 10x_5 + 8x_6 \le 22 \\ x_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,\ldots,6 \end{cases}$$

Domanda 7

Si discuta la geometria dei reali a n dimensioni. Si dimostri che in un problema di programmazione lineare esiste sempre un vertice ottimo.

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno

3 maggio 2000

Nome:
Cognome:
Barrare la casella corrispondente: Diploma ○ Laurea ○

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.
Trovare una soluzione ottima del problema con l'algoritmo del simplesso o dimostrare che il problema è illimitato inferiormente. Evidenziare la soluzione di base di partenza e quella finale.

$$\min \quad x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 - x_6 + 2x_7$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_6 + x_8 = 10 \\ x_2 - x_3 + x_5 + x_6 + 2x_7 + 4x_8 = 6 \\ 2x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 + x_8 = 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima (se esiste) con il metodo grafico.

$$\min \quad 2x_1 + x_2$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 5 \\ 2x_1 + x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_2 \geq -2 \end{cases}$$

Esercizio 3

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima (se esiste) con il metodo di Fourier - Motzkin.

$$\min \quad 3x_1 + | x_1 + 2x_3 |$$
$$\begin{cases} x_1 \geq -3x_2 + x_3 \\ 2x_1 \geq -3x_2 + x_3 \\ x_1 - 2x_2 = x_3 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 4

Facendo uso del metodo delle variabili artificiali (fase 1 del metodo del simplesso) determinare se il seguente insieme di disequazioni ammette o no soluzioni ammissibili (e, in questo caso, fornirne una).

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 = 6 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 - x_2 + 4x_3 = 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 5

È dato il problema di PL in figura. Facendo uso delle condizioni di complementarità (o di ortogonalità) dire se la soluzione ammissibile data è ottima o meno.

$$x^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\min \quad 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 4x_4$$
$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + x_4 \leq 10 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 \geq 12 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_2 \geq 0, \quad x_4 \geq 0 \\ x_1, x_3 \quad \textit{libere} \end{cases}$$

Esercizio 6

Risolvere all'ottimo il problema di knapsack in figura.

$$\min \quad -10x_1 - 12x_2 - 11x_3 - 13x_4 - 15x_5 - 9x_6$$
$$\begin{cases} 7x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 11x_4 + 11x_5 + 9x_6 \leq 21 \\ x_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,\ldots,6 \end{cases}$$

Domanda 7

Si dimostri che le soluzioni di base di un problema di PL coincidono con i vertici del poliedro delle soluzioni ammissibili.

C **Università degli Studi Roma Tre**

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno

3 maggio 2000

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: Diploma ○ Laurea ○

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

Trovare una soluzione ottima del problema con l'algoritmo del simplesso o dimostrare che il problema è illimitato inferiormente. Evidenziare la soluzione di base di partenza e quella finale.

$$\min \quad x_1 + 2x_3 + 4x_4 - x_5 + 13x_6 - 2x_7$$
$$\begin{cases} 4x_1 + x_3 - 2x_4 + x_5 + 4x_6 + x_8 = 11 \\ 6x_1 + 2x_4 + x_5 - 4x_6 + x_7 + 2x_8 = 6 \\ x_1 + x_2 - 2x_4 + x_5 + x_6 + x_8 = 8 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima (se esiste) con il metodo grafico.

$$\min \quad 2x_1 - 3x_2$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 8 \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_2 \geq 2 \end{cases}$$

Esercizio 3

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima (se esiste) con il metodo di Fourier - Motzkin.

$$\min \quad 3x_2 + |\, x_1 + 2x_2 \,|$$
$$\begin{cases} x_1 \geq -3x_2 + x_3 \\ 2x_3 \geq -3x_2 + x_1 \\ x_1 - 2x_3 = x_2 \\ x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 4

Facendo uso del metodo delle variabili artificiali (fase 1 del metodo del simplesso) determinare se il seguente insieme di disequazioni ammette o no soluzioni ammissibili (e, in questo caso, fornirne una).

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 5

È dato il problema di PL in figura. Facendo uso delle condizioni di complementarità (o di ortogonalità) dire se la soluzione ammissibile data è ottima o meno.

$$x^T = (6{,}4 \quad -1{,}2 \quad 0 \quad 1{,}8)$$

$$\min \quad -2x_1 + 5x_2 + x_3 - 4x_4$$
$$\begin{cases} 3x_2 - 2x_3 + 7x_4 \leq 9 \\ x_1 + 5x_2 + 2x_4 \geq 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0 \\ x_1,\ x_2 \quad \textit{libere} \end{cases}$$

Esercizio 6

Risolvere all'ottimo il problema di knapsack in figura.

$$\min \quad -10x_1 - 7x_2 - 14x_3 - 12x_4 - 11x_5 - 5x_6$$
$$\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 8x_4 + 9x_5 + 6x_6 \leq 18 \\ x_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,\dots,6 \end{cases}$$

Domanda 7

Si discuta delle condizioni di complementarità (o di ortogonalità) nella PL, dimostrando che sono necessarie e sufficienti di ottimo.

D

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno

3 maggio 2000

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: Diploma ○ Laurea ○

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.
Trovare una soluzione ottima del problema con l'algoritmo del simplesso o dimostrare che il problema è illimitato inferiormente. Evidenziare la soluzione di base di partenza e quella finale.

$$\min \quad 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 4x_7 + 4x_8$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_5 + x_6 - 2x_7 = 9 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 + x_5 + x_7 + x_8 = 11 \\ 2x_1 - 8x_2 + 2x_3 + x_4 + 4x_5 + 2x_7 = 12 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima (se esiste) con il metodo grafico.

$$\min \quad 2x_1 + x_2$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ 4x_1 - x_2 \leq 10 \\ x_1 - 3x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq -4 \end{cases}$$

Esercizio 3

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima (se esiste) con il metodo di Fourier - Motzkin.

$$\min \quad |x_1 + x_2| - x_3$$
$$\begin{cases} x_1 \geq 2x_2 - x_3 \\ x_1 \geq -x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 = 6 \\ x_3 \leq 5 \end{cases}$$

Esercizio 4

Facendo uso del metodo delle variabili artificiali (fase 1 del metodo del simplesso) determinare se il seguente insieme di disequazioni ammette o no soluzioni ammissibili (e, in questo caso, fornirne una).

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 6x_4 = 4 \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 5

È dato il problema di PL in figura. Facendo uso delle condizioni di complementarità (o di ortogonalità) dire se la soluzione ammissibile data è ottima o meno.

$$x^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\min \quad 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4$$
$$\begin{cases} x_1 - 3x_3 + 5x_4 \leq 10 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \\ x_3,\ x_4 \quad \textit{libere} \end{cases}$$

Esercizio 6

Risolvere all'ottimo il problema di knapsack in figura.

$$\min \quad -5x_1 - 7x_2 - 4x_3 - 12x_4 - 16x_5 - 8x_6$$
$$\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 8x_4 + 15x_5 + 6x_6 \leq 20 \\ x_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,\ldots,6 \end{cases}$$

Domanda 7

Si discuta la programmazione convessa, e si dimostri che in questi problemi un punto di ottimo locale è anche punto di ottimo globale.